

Шифр 10-3-3



**Олимпиада «МИСиС зажигает звезды»**  
 Информационно - технологическое направление  
 Заключительный тур 2020 г.  
 10 класс


№	Задание	Ответы	Баллы
1	Можно ли число 29567 представить в виде разности двух квадратов натуральных чисел? Если можно, то напишите такое представление.		10
2	Нарисуйте фигуру, заданную системой неравенств $\begin{cases}  y  \leq 12 -  x + 3  +  x + 7 , \\ x \leq 0 \end{cases}$ , и найдите ее площадь.		15
3	В совещании приняли участие $n$ сотрудников. При встрече они все обменялись рукопожатиями. На следующий день к ним присоединились еще $m$ человек. При встрече все $n + m$ человек обменялись рукопожатиями, при этом оказалось, что во второй день на 18 рукопожатий было больше. Найдите $n$ и $m$ , если $n > m > 2$ .		25
4	На производстве из-за необходимости передачи сообщений в условиях грохота станков придумано устройство на основе лампочек. Аппарат состоит из 2 ламп – диодной лампы управления и информационной лампочки накаливания. Передача происходит только во время горения диодной лампы управления. При передаче десятичное число, переводится в двоичное. Передача производится с помощью световых сигналов, посылаемых лампочкой накаливания; «1» передается как включенная лампочка; «0» - как выключенная. Один разряд двоичного числа передается одну секунду. Если в двоичной записи числа за «1» следует «1» лампочка не выключается. Инженерами был замечен быстрый износ ламп накаливания: при передаче числа лампочка перегорает при включении на время более 3 секунд или после 5-го зажигания, при попытке 6-го зажигания лампы. При этом в устройстве так же выключается диодная лампочка управления. Например, при передаче числа 1011100011 происходит 3 зажигания лампочки, длина любой последовательности единиц не превышает 3, лампочка не перегорает. При передаче числа 10101010110100 требуется 6 включений лампы, в результате чего лампа перегорит, не передаст последнюю единицу, будет передано «10101010110». При передаче числа «1111111» будут переданы только первые 3 бита. Будет ли передано корректно число 21485? При отрицательном ответе укажите, какое числовое значение будет принято получателем в десятичной системе счисления.		10
5	Робот Луноход перемещается в соответствии с инструкциями, закодированными в двоичной системе счисления; при этом он едет по кратчайшему пути (по прямой) между клеткой, на которой написана инструкция и клеткой, на которую должен переместиться в соответствии с инструкцией. Каждая инструкция длиной 8 бит: первый бит определяет направление перемещения по оси X (0 - по оси X, 1 - против оси X); следующие три бита определяют расстояние перемещения в клетках; пятый бит определяет направление перемещения по оси Y (0 - по оси Y, 1 - против оси Y); следующие три бита определяют длину перемещения в клетках. Инструкции для перемещения робота могут быть расположены на клетках белого цвета. На рисунке они записаны в шестнадцатеричном коде. Имена клеток складываются из букв английского алфавита по оси X и цифры по оси Y; серый фон поверхность, по которой робот может перемещаться; за пределы серого фона робот		15


	<p>выходить не должен, за исключением клетки БАЗА; черные линии – препятствия, которые робот преодолеть не может.</p> <p>Напишите программу, по которой Луноход, расположенный на клетке G7, сможет добраться до БАЗЫ кратчайшим путем, указывая клетки по порядку движения Лунохода. Формат написания программы:</p> <p>&lt;имя клетки&gt;:&lt;инструкция, записанная на клетке&gt;</p> <p>&lt;имя клетки&gt;:&lt;инструкция, записанная на клетке&gt;</p> <p>&lt;имя клетки&gt;:&lt;инструкция, записанная на клетке&gt;</p> 	
6	<p>Робот Циркуль имеет возможность рисовать любые фигуры на координатной плоскости, состоящие из дуг, с помощью команды <math>\text{arc}(x,y,u1,u2,r)</math>. По команде <math>\text{arc}(x,y,u1,u2,r)</math> Циркуль рисует дугу окружности с радиусом <math>r</math>, центр которой имеет координаты <math>(x,y)</math>, начало и конец дуги определяются углами градусной меры <math>u1</math> и <math>u2</math> соответственно. Ось абсцисс соответствует углу ноль градусов. Дуга рисуется от начала до конца против часовой стрелки.</p> <p>Например, команда <math>\text{arc}(3, 2, 45, 90, 2)</math> приведет к рисованию следующей фигуры:</p>  <p>Команда <math>\text{cycle } k</math> (&lt;список команд&gt;) позволяет повторять список команд, указанный в скобках, Циркуль умеет работать с целочисленными переменными (тип переменных не объявляется). Определение и изменение значений переменных реализуется командой присвоения «=»; например, для переменной <math>s</math> <math>s=&lt;\text{новое значение } s&gt;</math>, при этом новое значение переменной может быть как числовым значением, так и арифметическим выражением с использованием классических символов «+», «-», «/», «*».</p> <p>Изобразите, что нарисует Циркуль согласно следующей программе:</p> <pre> u = 0 d = 10 r = 0 cycle 9 ( r = r + 1 arc(0, 0, u - d, u + d, r) u = u + 30 d = d + 5 ) </pre> 	25

$$2. \begin{cases} |y| \leq 12 - |x+3| + |x+7|, \\ x \leq 0; \end{cases} \left. \begin{cases} y \leq 12 - |x+3| + |x+7| \\ y \geq |x+3| - |x-7| - 12 \\ x \leq 0 \end{cases} \right\} \text{работаем с (1).}$$

$$(1) - \begin{cases} |x+3| \leq 12 - y + |x+7|, \\ |x+3| \leq 12 + |x+7| + y; \end{cases} \begin{cases} x+3 \leq 12 - y + |x+7|, \\ x+3 \geq y - 12 - |x+7|, \\ x+3 \leq 12 + |x+7| + y, \\ x+3 \geq 12 - |x+7| - y; \end{cases} \begin{cases} |x+7| \geq x - 9 + y, \\ |x+7| \geq y - 15 - x, \\ |x+7| \geq x - 9 - y, \\ |x+7| \geq -y - x - 15; \end{cases}$$

[

3.  $\triangle$  - 3 вар.  - 10 вар

$\square$  - 6 вар.  - 15 вар и т.д.

Используем формулу:  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  ( $\frac{6}{2 \cdot 1} = 3, \frac{24}{2 \cdot 2} = 6, \frac{120}{2 \cdot 6} = 10, \frac{720}{2 \cdot 24} = 15$ )

$$C_{n+m}^k - C_n^k = \frac{(n+m)!}{k!(n+m-k)!} - \frac{n!}{k!(n-k)!} = 18$$

$$\frac{(n+m)!}{2(n+m-2)!} - \frac{n!}{2(n-2)!} = 18$$

~~Используем перебором получаем:~~  $\frac{7!}{2 \cdot 5!} - \frac{3!}{2 \cdot 1!} = \frac{5040}{2 \cdot 120} - 3 = 21 - 3 = 18$

$$\frac{(n+m)(n+m-1) - n(n-1)}{2} = 18$$

$$n^2 + 2mn + m^2 - m - n - n^2 + n = 36$$

$$m^2 + 2mn - m = 36$$

$$m(m+2n-1) = 36 \quad \left| \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \right. \begin{array}{l} 36 \\ 18 \\ 12 \\ 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} 6 \\ 6 \end{array}$$

1 и 36:  $m=1$  и  $n=18 \Rightarrow \frac{19!}{2 \cdot 17!} - \frac{18!}{2 \cdot 16!} = 171 - 153 = 18$

2 и 18:  $m=2$  и  $n=9,5 \neq$

3 и 12:  $m=3$  и  $n=5 \Rightarrow \frac{8!}{2 \cdot 6!} - \frac{5!}{2 \cdot 3!} = 4 \cdot 7 - 2 \cdot 5 = 18$

4 и 9:  $m=4$  и  $n=3 \Rightarrow \frac{7!}{2 \cdot 5!} - \frac{3!}{2} = 21 - 3 = 18$

6 и 6:  $m=6$  и  $n=0,5 \neq$

9 и 4:  $m=9$  и  $n=-2 \Rightarrow$  далее точно отриц. числа.

Итак семейство ответов:  $\{m; n\} (n \text{ и } m) = \{18; 1\}, \{5; 3\}, \{3; 4\}$

Ответ:  $\{18; 1\}, \{5; 3\}, \{3; 4\}$

1.  $x^2 - y^2 = 29567 \Rightarrow (x-y)(x+y) = 29567$ .

Семерку на конце может дать произв. чисел, оканчивающихся на 3 и 9 или  
 Исследуем: Я не нашел делителей данного числа, с большой долей вероятности оно простое  $\Rightarrow$  представить в виде разности квадратов нельзя.  
 Ответ: нет.

4.  $21485_{10} = 101001110101_2$  - бюджет передано 8 бит, далее лиш на переводим

$$10100111_2 = 128 + 32 + 4 + 2 + 1 = 167_{10}$$

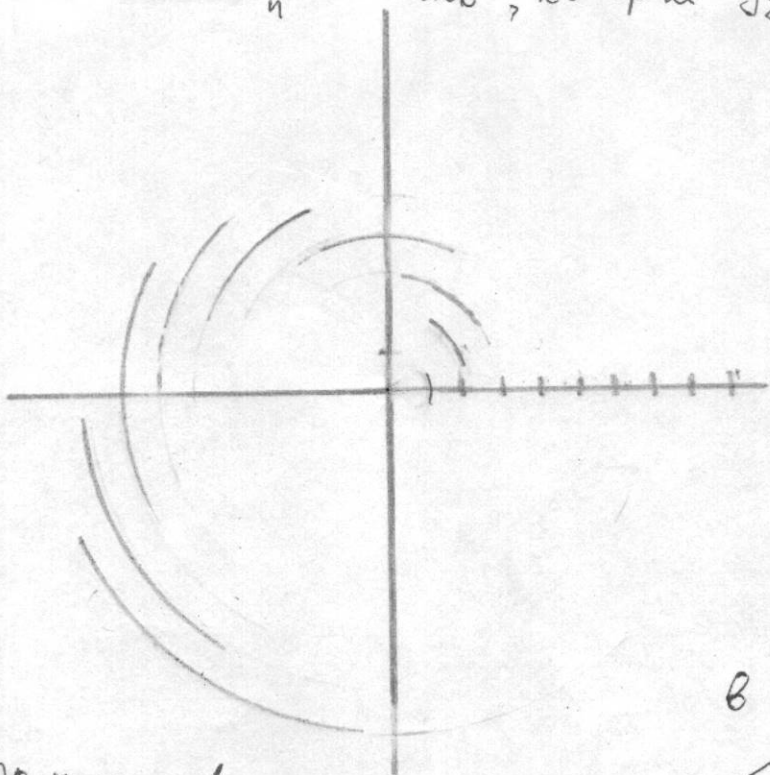
Handwritten division table for converting 21485 to binary:

21485		2	
21484	-		
1			
10742		2	
10742	-		
0			
5371		2	
5370	-		
1			
2685		2	
2684	-		
1			
1342		2	
1342	-		
0			
671		2	
670	-		
1			
335		2	
334	-		
1			
167		2	
166	-		
1			
83		2	
82	-		
1			
41		2	
40	-		
1			
20		2	
20	-		
0			
10		2	
10	-		
0			
5		2	
4	-		
1			
2		2	
2	-		
0			
1			

Ответ: нет,  $167_{10}$  бюджет передано.

- 5. G7: 00011100
- H3: 00101001
- J2: 11111001
- C1: 00100111
- E8: 10110001

6. Бюджет нарисовано "спираль", которая будет состоять из 9 дуг  
~~1 дуга~~



В общем виде  $(r-1) \cdot 30^\circ$ ;  $(r-1) \cdot 30^\circ$

1 дуга будет в коорд.  $(-5^\circ; 5^\circ)$ , следующие  $(-20^\circ; 40^\circ)$ ,  $(45^\circ; 75^\circ)$  и т.д.  
 дуги будут увелич. по радиусу.